Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов для проведения в 2018 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ

Пояснения к демонстрационному варианту контрольных измерительных материалов для ЕГЭ по математике 2018 года

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать представление о структуре будущих контрольных измерительных материалов, количестве заданий, их форме и уровне сложности.

Задания демонстрационного варианта не отражают всех вопросов содержания, которые могут быть включены в контрольные измерительные материалы в 2018 году. Структура работы приведена в спецификации, а полный перечень вопросов — в кодификаторах элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена 2018 г. по математике.

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий. Определяющим признаком каждой части работы является форма заданий:

- часть 1 содержит 11 заданий (задания 1–11) с кратким ответом;
- часть 2 содержит 4 задания (задания 12–15) с кратким ответом и шесть заданий (задания 16–21) с развёрнутым ответом.

По уровню сложности задания распределяются следующим образом: задания 1–11 имеют базовый уровень, задания 12–19 – повышенный уровень, задания 20 и 21 относятся к высокому уровню сложности.

Задания первой части предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных организаций, реализующих программы среднего (полного) общего образования на базовом уровне.

Задание с кратким ответом (1-15) считается выполненным, если в бланке ответов № 1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Задания 16–21 с развёрнутым ответом, в числе которых четыре задания повышенного и два задания высокого уровней сложности, предназначены для более точной дифференциации абитуриентов вузов.

Правильное решение каждого из заданий 1-15 оценивается одним баллом.

Правильное решение каждого из заданий 16 - 17 оценивается- 2 баллами; 18 и 19 — 3 баллами; 20 и 21 —4 баллами. Максимальный первичный балл за выполнение всей работы — 33 балла.

К каждому заданию с развёрнутым ответом, включённому в демонстрационный вариант, предлагается одно из возможных решений. Приведённые критерии оценивания позволяют составить представление о требованиях к полноте и правильности решений

Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов, система оценивания, спецификация и кодификаторы помогут выработать стратегию подготовки к ЕГЭ по математике

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 11 заданий базового уровня сложности с кратким ответом.

Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 6 заданий повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–15 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

Ответ: *–0,8* .

При выполнении заданий 16–21 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в *БЛАНК ОТВЕТОВ* № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1.Простейшие задачи

Летом килограмм клубники стоит 75 рублей. Маша купила 2кг 200г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 200 рублей?

Решение.

75·2,2=165(рублей) стоит клубника.

200-165=35(рублей) получит сдачи.

Ответ: 35.

2. Задачи на проценты

В школе 800 учеников, из них 30% — ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 20% изучают немецкий язык. Сколько учеников в школе изучают немецкий язык, если в начальной школе немецкий язык не изучается?

Решение.

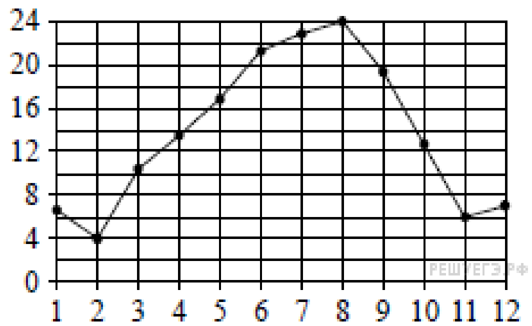
Учеников начальной школы 800 · 0,3 = 240, а учеников средней и старшей школы — 800 − 240 = 560. Значит, немецкий язык в школе изучают

560 · 0,2 = 112 учеников.

Ответ: 112.

3.Чтение графиков и диаграмм

На рисунке точками показана средняя температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности точки соединены линией.



Сколько месяцев средняя температура была больше 18 градусов Цельсия?

Решение.

Из графика видно, что среднемесячная температура была выше 18 градусов Цельсия в течение четырёх месяцев с июня по сентябрь.

Ответ: 4.

4. Работа с формулами.

Второй закон Ньютона можно записать в виде $F=ma$, где F —сила (в ньютонах), действующая на тело, m —его масса (в килограммах), a — ускорение, с которым движется тело (в м/с^2). Найдите *m*, если $F=84$, $a=12$.

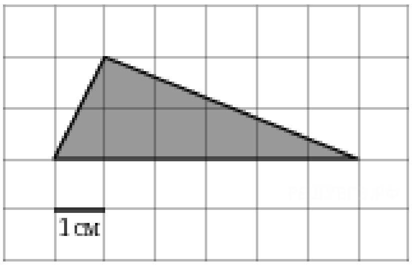
Решение.

m = F: *a*   m = 84:12 = 7

Ответ:7.

5.*Квадратная решётка, координатная плоскость.*

На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см изображён треугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в см^2.



Решение.

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведенную к этому основанию. Поэтому $S=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 6=6$ см^2.

Ответ: 6.

6. *Начала теории вероятностей*

В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов. Только в двух билетах встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете будет вопрос о грибах.

Решение.

Из 25 билетов 2 содержат вопроса о грибах, поэтому вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопроса о грибах, равна $\frac{2}{25}=0,08.$

Ответ: 0,08.

7.Простейшие уравнения

Найдите корень уравнения $3^{x-5}=81$.

Решение.

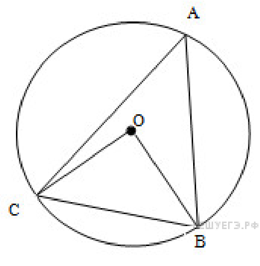
Перейдем к одному основанию степени:

$$3^{x-5}=81 \Leftrightarrow 3^{x-5}=3^4 \Leftrightarrow x-5=4 \Leftrightarrow x=9.$$

Ответ: 9.

8. *Планиметрия : задачи , связанные с углами*.

Треугольник *ABC* вписан в окружность с центром *O*. Угол *BAC* равен 32°. Найдите угол *BOC*. Ответ дайте в градусах.



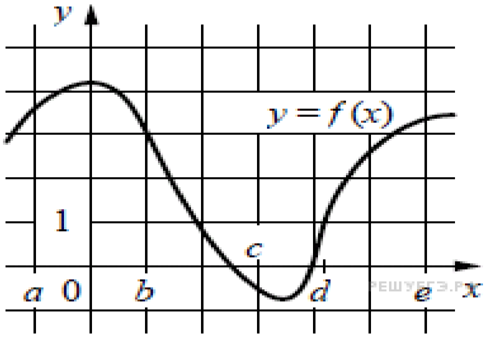
Решение.

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, а центральный угол равен дуге, на которую он опирается. Поэтому центральный угол *BOC* вдвое больше вписанного угла *BAC* (см. рис.). Таким образом, он равен 64°.

Ответ: 64.

9. Анализ графиков и диаграмм.

На рисунке изображён график функции *y* = *f*(*x*). Числа *a, b, c, d* и *e* задают на оси *x* четыре интервала. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
А) (*a*; *b*) **Б) (*b*; *c*)** **В) (*c*; *d*)** **Г) (*d*; *e*)**	**1) производная отрицательна на всём интервале** **2) производная положительна в начале интервала и отрицательна в конце интервала** **3) функция отрицательна в начале интервала и положительна в конце интервала** **4) производная положительна на всём интервале**

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

Пояснение.

Если функция возрастает, то производная положительна и наоборот.

На интервале (a;b) производная положительна вначале интервала и отрицательна в конце, потому что функция вначале возрастает, а потом убывает.

На интервале (b;c) производная отрицательна, потому что функция убывает.

На интервале (c;d) функция отрицательна в начале интервала и положительна в конце интервала.

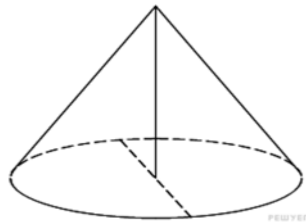
На интервале (d;e) производная положительна, потому что функция возрастает.

Таким образом, получаем соответствие А — 2, Б — 1, В — 3 и Г — 4.

Ответ: 2134.

10.*Стереометрия.*

Высота конуса равна 5, а диаметр основания – 24. Найдите образующую конуса.



Решение.

Радиус конуса R=12. Используя теорему Пифагора, найдем длину образующей:

L=$\sqrt{25+144}$ =13

Ответ: 13.

11.Выбор оптимального варианта

Для группы иностранных гостей требуется купить 30 путеводителей. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Цена путеводителя и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Интернет-магазин	**Цена одного путеводителя (руб.)**	**Стоимость доставки (руб.)**	**Дополнительные условия**
А	255	350	нет
Б	270	300	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 8000 р.
В	245	450	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 7500 р.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант покупки с доставкой?

Рассмотрим все варианты.

При покупке в магазине А цена тридцати путеводителей составит 7650 руб., с доставкой — 8000 руб.

При покупке в магазине Б цена тридцати путеводителей составит 8100 руб., доставка будет бесплатной.

При покупке в магазине В цена тридцати путеводителей составит 7350 руб., с доставкой — 7800 руб.

Следовательно, наименьшая стоимость покупки с учётом доставки составляет 7800 руб.

Ответ: 7800.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

ЧАСТЬ 2

Ответом на задания 12–15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

12. Вычисления и преобразования

Найдите sin2α если cos $\alpha = 0.6$, $\pi < \alpha < 2\pi$

Решение.

Заметим, что угол α лежит в четвёртой четверти, его синус отрицателен:

$$\sin\alpha = -\sqrt{1-\cos^2\alpha} = -\sqrt{1-0,36} = -0,8.$$

Далее используем формулу синуса двойного угла:

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\cdot(-0,8)\cdot 0,6 = -0,96.$

Ответ: − 0,96.

13.Стереометрия.

В первом цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. Эту жидкость перелили во второй цилиндрический сосуд, диаметр основания которого в 2 раза больше диаметра основания первого. На какой высоте будет находиться уровень жидкости во втором сосуде? Ответ выразите в см.

Решение.

Объем цилиндрического сосуда выражается через его диаметр и высоту как V=$\frac{\pi d^2 h}{4}$. При увеличении диаметра сосуда в 2 раза высота равного объема жидкости H=$\frac{4V}{\pi d^2}$ уменьшится в 4 раза и станет равна 4.

Ответ: 4.

14.Наибольшее и наименьшее значение функции.

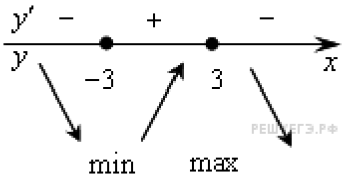
Найдите наибольшее значение функции y = 5 + 9x - $\frac{x^3}{3}$на отрезке [-3;3]

Найдем производную заданной функции:

$y' = 9 - x^2 = (3-x)(3+x).$

Найдем нули производной: $x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3, \\ x = -3. \end{array}\right.$

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:



Найденная производная неотрицательна на заданном отрезке, заданная функция возрастает на нем, поэтому наибольшим значением функции на отрезке является:

$y(3) = 5 + 27 - 9 = 23.$

Ответ: 23.

15.*<u>Текстовые задачи</u>*.

Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

Пусть u км/ч – скорость течения реки, тогда скорость лодки по течению равна $11+u$ км/ч, а скорость лодки против течения равна $11-u$ км/ч. На обратный путь лодка затратила на 6 часов меньше, отсюда имеем:

$$\frac{112}{11-u} - \frac{112}{11+u} = 6 \Leftrightarrow \frac{224u}{(11-u)(11+u)} = 6 \Leftrightarrow \frac{112u}{121-u^2} = 3 \underset{u>0}{\Leftrightarrow}$$

$$\Leftrightarrow 112u = 3(121-u^2) \Leftrightarrow 3u^2 + 112u - 363 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v = \dfrac{-56+\sqrt{56^2+3\cdot 363}}{3}; \\ v = \dfrac{-56-\sqrt{56^2+3\cdot 363}}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v = 3; \\ v = -\dfrac{121}{3} \end{array}\right. \underset{v>0}{\Leftrightarrow} v = 3.$$

Таким образом, скорость течения реки равна 3 км/ч.

Ответ: 3.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 16-21 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (16,17 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

16. ***<u>Уравнения, системы уравнений</u>***

а) Решите уравнение $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$

Решение.

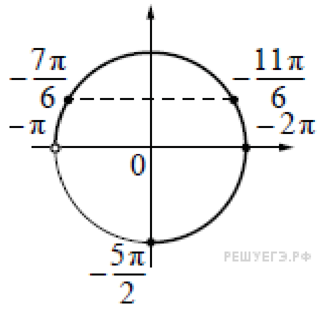
а) Преобразуем обе части уравнения:

$$1 - 2\sin^2 x = 1 - \sin x \Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x(2\sin x - 1) = 0.$$

откуда $\sin x = 0$ или $\sin x = \frac{1}{2}$.

Из уравнения $\sin x = 0$ находим: $x = \pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$. Из уравнения $\sin x = \frac{1}{2}$ находим: $x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$. Получим числа: $-2\pi;$ $-\frac{11\pi}{6};$ $-\frac{7\pi}{6}.$

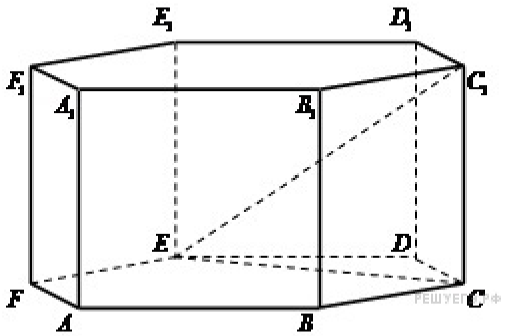


Ответ: а) $\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k,$ $k \in \mathbb{Z}.$ б) $-2\pi;$ $-\frac{11\pi}{6};$ $-\frac{7\pi}{6}.$

17. ***Углы и расстояния в пространстве***

В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все рёбра которой равны 10, найдите расстояние от точки E до прямой B_1C_1.

Решение.



Так как $ABCDEF$ — правильный шестиугольник, прямые BC и CE перпендикулярны. Поскольку прямые BC и B_1C_1 параллельны, CE перпендикулярно B_1C_1. Тогда по теореме о трёх перпендикулярах EC_1 перпендикулярна B_1C_1, поэтому длина отрезка EC_1 равна искомому расстоянию.

По условию $CC_1 = 10$, диагональ правильного шестиугольника $CE = 10\sqrt{3}$. Тогда по теореме Пифагора для треугольника ECC_1 находим, что $EC_1 = 20.$

Ответ: 20.

18.Неравенства.

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2^x + \frac{80}{2^x} \geq 21, \\ \log_{x-1}\left(\frac{x+1}{5}\right) \leq 0. \end{cases}$$

Решение.

Заметим, что $2^x > 0$ при всех значениях переменной, поэтому первое неравенство можно умножить на 2^x, не меняя его знака, откуда имеем:

$$4^x + 80 \geq 21 \cdot 2^x \Leftrightarrow 4^x - 21 \cdot 2^x + 80 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x \geq 16, \\ 2^x \leq 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 4, \\ x \leq \log_2 5. \end{array}\right.$$

Решим второе неравенство системы, используя теорему о знаке логарифма:

$$\log_{x-1}\left(\frac{x+1}{5}\right)\le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1<x\ne 2, \\ (x-2)\left(\frac{x+1}{5}-1\right)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1<x\ne 2, \\ (x-2)\cdot\frac{x-4}{5}\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2<x\le 4.$$

Поскольку $2<\log_2 5<3$, получаем решение исходной системы неравенств: $2<x\le\log_2 5,\ x=4.$

Ответ: $(2,\log_2 5]\cup\{4\}.$

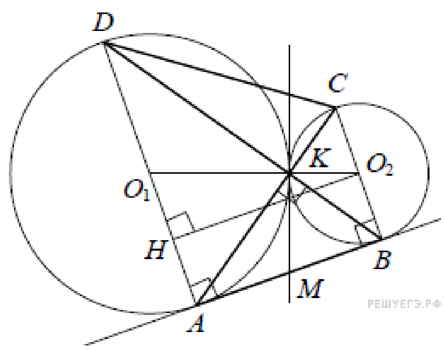
19.Планиметрические задачи

Две окружности касаются внешним образом в точке *K*. Прямая *AB* касается первой окружности в точке *A*, а второй — в точке *B*. Прямая *BK* пересекает первую окружность в точке *D*, прямая *AK* пересекает вторую окружность в точке *C*.

а) Докажите, что прямые *AD* и *BC* параллельны.

б) Найдите площадь треугольника *AKB*, если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Решение.



а) Обозначим центры окружностей O_1 и O_2 соответственно. Пусть общая касательная, проведённая к окружностям в точке *K*, пересекает *AB* в точке *M*. По свойству касательных, проведённых из одной точки, *AM* = *KM* и *KM* = *BM*. Треугольник *AKB*, у которого медиана равна половине стороны, к которой она проведена, прямоугольный. Вписанный угол *AKD* прямой, поэтому он опирается на диаметр *AD*. Значит, $AD \perp AB$. Аналогично, получаем, что $BC \perp AB$. Следовательно, прямые *AD* и *BC* параллельны.

б) Пусть, для определённости, первая окружность имеет радиус 4, а вторая — радиус 1.

Треугольники *BKC* и *AKD* подобны, $\frac{AD}{BC}=4.$ Пусть $S_{BKC}=S$, тогда $S_{AKD}=16S$. У треугольников *AKD* и *AKB* общая высота, следовательно, $\frac{S_{AKD}}{S_{AKB}}=\frac{DK}{KB}=\frac{AD}{BC}$; то есть $S_{AKB}=4S$. Аналогично, $S_{CKD}=4S$. Площадь трапеции *ABCD* равна 25*S*.

Вычислим площадь трапеции *ABCD*. Проведём к *AD* перпендикуляр O_2H, равный высоте трапеции, и найдём его из прямоугольного треугольника O_2HO_1:

$$O_2H=\sqrt{O_1O_2^2-O_1H^2}=4.$$

Тогда

$$S_{ABCD}=\frac{AD+BC}{2}\cdot AB=20.$$

Следовательно, 25*S* = 20, откуда *S* = 0,8 и $S_{AKB}=4S=3{,}2$.

Ответ: 3,2.

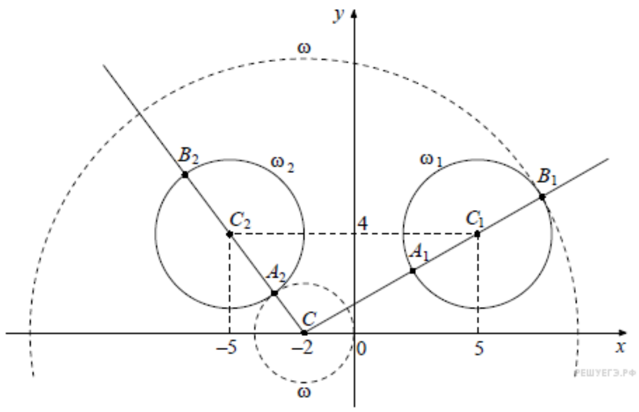
20. Уравнения, неравенства и их системы с параметрами

Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x|-5)^2+(y-4)^2=9 \\ (x+2)^2+y^2=a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Решение.



Если $x \geq 0$, то уравнение $(|x|-5)^2+(y-4)^2=9$ задаёт окружность ω_1 с центром в точке C_1 (5; 4) радиусом 3, а если $x < 0$, то оно задаёт окружность ω_2 с центром в точке C_2 (−5; 4) таким же радиусом (см. рисунок).

При положительных значениях а уравнение $(x+2)^2+y^2=a^2$ задаёт окружность ω с центром в точке C (−2; 0) радиусом a. Поэтому задача состоит в том, чтобы найти все значения a, при каждом из которых окружность ω имеет единственную общую точку с объединением окружностей ω_1 и ω_2.

Из точки C проведём луч CC_1 и обозначим через A_1 и B_1 точки его пересечения с окружностью ω_1, где A_1 лежит между C и C_1. Так как

$$CC_1=\sqrt{(5+2)^2+4^2}=\sqrt{65},$$

то $CA_1=\sqrt{65}-3,\ CB_1=\sqrt{65}+3.$

При $a < CA_1$ или $a > CB_1$ окружности ω и ω_1 не пересекаются.

При $CA_1 < a < CB_1$ окружности ω и ω_1 имеют две общие точки.

При $a = CA_1$ или $a = CB_1$ окружности ω и ω_1 касаются.

Из точки C проведём луч CC_2 и обозначим через A_2 и B_2 точки его пересечения с окружностью ω_2, где A_2 лежит между C и C_2. Так как

$$CC_2=\sqrt{(-5+2)^2+4^2}=5,$$

то $CA_2=5-3=2,\ CB_2=5+3=8.$

При $a < CA_2$ или $a > CB_2$ окружности ω и ω_2 не пересекаются.

При $CA_2 < a < CB_2$ окружности ω и ω_2 имеют две общие точки.

При $a = CA_2$ или $a = CB_2$ окружности ω и ω_2 касаются.

Исходная система имеет единственное решение тогда и только тогда, когда окружность ω касается ровно одной из двух окружностей ω_1 и ω_2 и не пересекается с другой. Так как $CA_2 < CA_1 < CB_2 < CB_1$, то условию задачи удовлетворяют только числа $a=2,\ a=\sqrt{65}+3.$

Ответ: $2;\ \sqrt{65}+3.$

21. Числа и их свойства.

Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и все их возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доске в порядке неубывания. Если какое-то число *n*, выписанное на доске, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число *n*, а остальные числа, равные *n*, стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 3, 6, 9, 12, 15.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 21, 23?

в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 8, 9, 10, 17, 18, 19, 20, 27, 28, 29, 30, 37, 38, 39, 47.

Решение.

а) Задуманные числа 3, 3, 3, 3, 3 дают требуемый набор, записанный на доске.

б) Поскольку задуманные числа натуральные, наименьшее число в наборе — это наименьшее из задуманных чисел, а наибольшее число в наборе — это сумма всех задуманных чисел. Среди чисел записанного набора должна быть сумма всех чисел, кроме наименьшего, то есть $23 - 1 = 22$. Но этого числа нет в наборе, поэтому не существует примера таких задуманных чисел, для которого на доске будет выписан набор из условия.

в) Число 8 — наименьшее число в наборе — является наименьшим из задуманных чисел, а наибольшее число в наборе — это сумма всех задуманных чисел. Поэтому количество задуманных чисел не превосходит целой части числа $\frac{47}{8}$, то есть 5. Кроме того, числа 9 и 10 меньше, чем сумма двух восьмёрок, поэтому они также являются задуманными. Значит, сумма оставшихся задуманных чисел равна $47 - 8 - 9 - 10 = 20$. Таким образом, так как наименьшее задуманное число равно 8, оставшиеся задуманные числа — это 10 и 10 или 20 (если бы 20 получалось как $8 + 12$ или $9 + 11$, то были бы выписаны числа 12 или 11, но их нет). Для задуманных чисел 8, 9, 10, 10, 10 и 8, 9, 10, 20 на доске будет записан набор, данный в условии. (Для чисел 8, 9, 10, 20 это можно проверить непосредственно, а для чисел 8, 9, 10, 10, 10 — заметить, что они будут давать точно те же суммы, что и числа 8, 9, 10, 20.)

Ответ: а) 3, 3, 3, 3,3; б) нет; в) 8, 9, 10, 10, 10 или 8, 9, 10, 20.